

Способы решение квадратных уравнений различных видов.

1. Решите неполное квадратное уравнение:

1) $3x^2 - 27 = 0$	6) $x^2 - 6x = 0$	11) $4x^2 - 9 = 0$	16) $x^2 - 19 = 0$
2) $x^2 - 16 = 0$	7) $x^2 + 2x = 0$	12) $-x^2 + 3 = 0$	17) $x^2 - 19x = 0$
3) $2x^2 = 8$	8) $x^2 - 8x = 0$	13) $6y^2 + 24 = 0$	18) $x^2 + 19 = 0$
4) $4x^2 + 1 = 0$	9) $x^2 - 7x = 0$	14) $6x^2 - 30 = 0$	19) $x^2 + 19x = 0$
5) $x^2 + 1 = 0$	10) $x^2 + 3x = 0$	15) $3x^2 - 6x = 0$	20) $3m^2 - 1 = 0$

2. Решите квадратное уравнение, используя теорему Виета:

$$x_1 + x_2 = -b; x_1 x_2 = c.$$

1) $x^2 - 9x + 20 = 0$	6) $x^2 - 15x + 56 = 0$	11) $x^2 - 5x + 6 = 0$	16) $x^2 + 7x + 10 = 0$
2) $x^2 + 11x - 12 = 0$	7) $x^2 - 8x + 15 = 0$	12) $x^2 + 5x + 6 = 0$	17) $x^2 + 4x + 3 = 0$
3) $x^2 - x - 12 = 0$	8) $x^2 + 16x + 63 = 0$	13) $x^2 - 8x + 12 = 0$	18) $x^2 - 4x + 3 = 0$
4) $x^2 - 7x + 12 = 0$	9) $x^2 + 2x - 48 = 0$	14) $x^2 - 9x + 18 = 0$	19) $x^2 - 9x + 18 = 0$
5) $x^2 + x - 56 = 0$	10) $x^2 - 19x + 88 = 0$	15) $x^2 - 7x + 10 = 0$	20) $x^2 - 6x + 8 = 0$

3. Решите квадратное уравнение, используя формулу

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2:$$

1) $x^2 - 4x + 4 = 0$	6) $x^2 + 12x + 36 = 0$	11) $x^2 + 2x + 1 = 0$	16) $n^2 - 2n + 1 = 0$
2) $x^2 - 6x + 9 = 0$	7) $x^2 + 10x + 25 = 0$	12) $x^2 - 2x + 1 = 0$	17) $m^2 - 4m + 4 = 0$
3) $x^2 + 8x + 16 = 0$	8) $x^2 - 14x + 49 = 0$	13) $x^2 + 6x + 9 = 0$	18) $n^2 + 8n + 16 = 0$
4) $x^2 - 10x + 25 = 0$	9) $x^2 + 16x + 64 = 0$	14) $x^2 - 18x + 81 = 0$	19) $y^2 - 14y + 49 = 0$
5) $x^2 - 12x + 36 = 0$	10) $x^2 - 16x + 64 = 0$	15) $y^2 - 12y + 36 = 0$	20) $y^2 - 10y + 25 = 0$

4. Найдите дискриминант квадратного уравнения по формуле

$$b^2 - 4ac:$$

1) $x^2 - 3x + 4 = 0$	6) $x^2 - 2x + 1 = 0$	11) $x^2 - 5x - 7 = 0$	16) $x^2 - 9x + 1 = 0$
2) $x^2 - 5x + 6 = 0$	7) $x^2 - 6x + 9 = 0$	12) $x^2 + 6x + 10 = 0$	17) $x^2 - x + 9 = 0$
3) $x^2 - 8x + 12 = 0$	8) $x^2 + 2x + 8 = 0$	13) $x^2 - 4x + 7 = 0$	18) $x^2 - 6x - 4 = 0$
4) $x^2 - 6x + 8 = 0$	9) $x^2 - 2x - 8 = 0$	14) $x^2 - 10x + 25 = 0$	19) $x^2 - 14x + 49 = 0$
5) $x^2 + 6x + 8 = 0$	10) $x^2 - 3x - 40 = 0$	15) $x^2 - 8x + 2 = 0$	20) $x^2 - 4x + 4 = 0$

5. Сколько корней имеет квадратное уравнение,

если $b^2 - 4ac$ равно:

1) -36	6) 40	11) 225	16) 121
2) 49	7) 54	12) 196	17) 169
3) 0	8) -81	13) -16	18) 225
4) -49	9) 100	14) 36	19) -256
5) -64	10) -25	15) 69	20) -9

6. Решите квадратное уравнение:

1) $3x^2 - 7x + 4 = 0$	6) $2x^2 - 5x - 3 = 0$	11) $x^2 + 6x - 19 = 0$	16) $y^2 - 5y + 6 = 0$
2) $5x^2 - 8x + 3 = 0$	7) $3x^2 - 8x + 5 = 0$	12) $x^2 - 22x - 23 = 0$	17) $x^2 + 2x + 2 = 0$
3) $2y^2 - 9y + 10 = 0$	8) $5x^2 + 9x + 4 = 0$	13) $x^2 - 7x + 12 = 0$	18) $2x^2 + 8x + 32 = 0$
4) $5y^2 - 6y + 1 = 0$	9) $36y^2 - 12y + 1 = 0$	14) $x^2 - 10x + 25 = 0$	19) $x^2 - 12x = 36 = 0$
5) $3x^2 - 14x + 16 = 0$	10) $y^2 - 10y - 24 = 0$	15) $16x^2 - 8x + 1 = 0$	20) $x^2 - 9x + 8 = 0$

Уравнения. Карточки-задания. Обязательный уровень.

<p>К. № 1 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{12} = \frac{15}{4}$</p> <p>2) $2 - 3(x + 2) = 5 - 2x$</p> <p>3) $10x^2 + 5x = 0$</p> <p>4) $4 - 36x^2 = 0$</p> <p>5) $2x^2 + 3x - 5 = 0$</p> <p>6) $12 - x^2 = 11$</p> <p>7) $(10x - 4)(3x + 2) = 0$</p> <p>8) $\frac{2}{x-3} = \frac{7}{x+1}$</p>	<p>К. № 2 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = \frac{3}{2}$</p> <p>2) $3 - 5(x + 1) = 6 - 4x$</p> <p>3) $x^2 - 10x = 0$</p> <p>4) $2x^2 - 10 = 0$</p> <p>5) $2x^2 + 3x - 2 = 0$</p> <p>6) $x^2 + 3 = 3 - x$</p> <p>7) $(3x + 1)(6 - 4x) = 0$</p> <p>8) $\frac{6}{x+5} = \frac{4}{3-x}$</p>
<p>К. № 3 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = 4$</p> <p>2) $0,2 - 2(x + 1) = 0,4x$</p> <p>3) $x^2 + 6x = 0$</p> <p>4) $2x^2 - 8 = 0$</p> <p>5) $3x^2 + 2x - 5 = 0$</p> <p>6) $3x^2 + 9 = 12x - x^2$</p> <p>7) $(5x - 4)(x + 8) = 0$</p> <p>8) $\frac{5}{1-x} = \frac{4}{6-x}$</p>	<p>К. № 4 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{x-1}{2} = \frac{4+2x}{3}$</p> <p>2) $0,4x = 0,4 - 2(x + 2)$</p> <p>3) $4x^2 + 20x = 0$</p> <p>4) $3x^2 - 75 = 0$</p> <p>5) $9x^2 - 6x + 1 = 0$</p> <p>6) $5x^2 + 1 = 6x - 4x^2$</p> <p>7) $(6x + 3)(9 - x) = 0$</p> <p>8) $\frac{4}{x-6} = \frac{1}{x+3}$</p>
<p>К. № 5 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} = -3$</p> <p>2) $4x - 5,5 = 5x - 3(2x - 1,5)$</p> <p>3) $3x^2 - 12x = 0$</p> <p>4) $3x^2 - 15 = 0$</p> <p>5) $5x^2 - 3x - 2 = 0$</p> <p>6) $x(x + 2) = 3$</p> <p>7) $(x + 5)(2x - \frac{1}{3}) = 0$</p> <p>8) $\frac{3}{x-6} = \frac{2}{2x-9}$</p>	<p>К. № 6 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} = -1$</p> <p>2) $4 - 5(3x + 2,5) = 3x + 9,5$</p> <p>3) $2x^2 + x = 0$</p> <p>4) $4x^2 - 12 = 0$</p> <p>5) $6x^2 + x - 1 = 0$</p> <p>6) $x(x + 3) = 4$</p> <p>7) $(x - 1)(5x + \frac{1}{2}) = 0$</p> <p>8) $\frac{x}{2x+6} = \frac{2}{x}$</p>
<p>К. № 7 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{3x-2}{5} = \frac{2+x}{3}$</p> <p>2) $5(2 + 1,5x) - 0,5x = 24$</p> <p>3) $4x^2 - x = 0$</p> <p>4) $2x^2 - 32 = 0$</p>	<p>К. № 8 ОУ Решите уравнения:</p> <p>1) $\frac{x-4}{2} - \frac{x-1}{5} = 3$</p> <p>2) $3(0,5x - 4) + 8,5x = 18$</p> <p>3) $25 - 100x^2 = 0$</p>

5) $5x^2 - 8x + 3 = 0$	4) $3x^2 - 27 = 0$
6) $x(2x + 1) = 3x + 4$	5) $7x^2 + 9x + 2 = 0$
7) $6(10 - x)(3x + 4) = 0$	6) $x^2 + 2x = 16x - 49$
8) $\frac{5x}{3x-5} = 3$	7) $2(5x - 7)(1 + x) = 0$
	8) $\frac{x}{2x-3} = \frac{4}{x}$

Уравнения. Практикум. Задания повышенного уровня.

Метод разложения на множители

1. Решить уравнение: $y^4 - y^3 - 16y^2 + 16y = 0$.

Решение: $y^4 - y^3 - 16y^2 + 16y = 0$;

$$(y^4 - y^3) - (16y^2 - 16y) = 0;$$

$$y^3(y-1) - 16y(y-1) = 0;$$

$$(y^3 - 16y) \cdot (y-1) = 0;$$

$$y(y^2 - 16) \cdot (y-1) = 0;$$

$$y(y-4) \cdot (y+4) \cdot (y-1) = 0;$$

$$y = 0; y = \pm 4; y = 1.$$

Ответ: -4; 0; 1; 4.

2. Решить уравнение: $10x^4 - 45x = 30x^2 - 15x^3$.

Решение: $(10x^4 - 30x^2) + (15x^3 - 45x) = 0$;

$$5x^2(x^2 - 3) + 15x(x^2 - 3) = 0;$$

$$(5x^2 + 15x) \cdot (x^2 - 3) = 0;$$

$$5x(x+3) \cdot (x^2 - 3) = 0; x = 0; x = -3; x^2 - 3 = 0; x^2 = 3; x_{1,2} = \pm\sqrt{3}.$$

Метод замены переменной

1. Решить уравнение: $(x^2 + x) \cdot (x^2 + x - 5) = 84$;

Решение: $(x^2 + x) \cdot (x^2 + x - 5) = 84$;

$$x^2 + x = t;$$

$$t(t-5) = 84; \quad t^2 - 5t - 84 = 0;$$

По т. Обр. т.Виета $t_1 = -7; t_2 = 12$ ($t_1 + t_2 = -(-5) = 5; t_1 \cdot t_2 = -84$).

Вернёмся к замене:

а) $x^2 + x = -7; x^2 + x + 7 = 0; \quad D = b^2 - 4ac, D = 1 - 4 \cdot 7 = -27 < 0$. корней нет.

б) $x^2 + x = 12; x^2 + x - 12 = 0; \quad D = b^2 - 4ac, D = 1 - (-12) = 13 > 0$. два корня.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}; x_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{2 \cdot 1}; x_1 = -4; x_2 = 3.$$

Ответ: -4; 3.

Дробные рациональные уравнения

1. Решить уравнение: $\frac{2}{x^2 - x - 12} + \frac{6}{x^2 + 4x + 3} = \frac{1}{x + 3}$.

Решение: $\frac{2}{x^2-x-12} + \frac{6}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x+3}$.

1) Разложим кв. трёхчлены x^2-x-12 , x^2+4x+3 на множители по формуле $ax^2+bx+c=a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$. $x^2-x-12=(x-4)\cdot(x+3)$; $x^2+4x+3=(x+1)\cdot(x+3)$.

2) ОДЗ уравнения $x \neq -1; x \neq -3; x \neq 4$.

3) Умножим обе части уравнения на $(x-4)\cdot(x+3)\cdot(x+1)$ получим

$$2(x+1)+6(x-4)=(x-4)(x+1); 2x+2+6x-24=x^2-4x+x-4; x^2-11x+18=0; x_1=2; x_2=9.$$

Оба корня удовлетворяют ОДЗ уравнения.

Ответ: 2; 9.

Уравнения. Повышенный уровень. Задания к зачёту.

Задания. Решите уравнения:	
1. Биквадратные уравнения	
1) $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$;	2) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$;
3) $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$;	4) $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$.
2. Метод разложения на множители	
1) $y^3 + y^2 - y - 1 = 0$;	2) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$;
3) $x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$;	4) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$
3. Метод замены переменной	
1) $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) + 60 = 0$;	2) $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0$.
3) $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 8$;	4) $(x^2 + x)^2 - 11(x^2 + x) = 12$
4. Дробные рациональные уравнения	
1) $\frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$;	2) $\frac{x}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} = \frac{50}{x^2-25}$;
3) $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$;	4) $\frac{16}{x^2-16} + \frac{x}{x+4} = \frac{2}{x-4}$.
*5. Дробные рациональные уравнения	
1) $\frac{6}{x^2-4x+3} - \frac{13-7x}{1-x} = \frac{3}{x-3}$;	2) $\frac{8}{x^2-6x+8} - \frac{1-3x}{2-x} = \frac{4}{x-4}$;
3) $\frac{4x-6}{x+2} - \frac{x}{x+1} = \frac{9}{x^2+3x+2}$;	4) $\frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{x^2+2x-3}$.
* 6. Метод замены переменной	
1) $2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 11(x - \frac{1}{x}) + 8 = 0$;	2) $2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 7(x + \frac{1}{x}) + 9 = 0$;
3) $\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-5} + 4 = 0$;	4) $\frac{x^2-14}{x} + \frac{10x}{x^2-14} = 3$.
**7 Уравнения с параметром	
1) При каких значениях a корни уравнения: $x^2 - 2ax + (a+1)(a-1) = 0$ принадлежат промежутку $[-5; 5]$?	
2) При каких значениях p корни уравнения: $x^2 - 2(p+1)x + p(p+2) = 0$	

принадлежат промежутку $[-1; 3]$?

3) При каких значениях b уравнение $x^2 + 2(b + 1)x + 9 = 0$ имеет два различных положительных корня?

4) При каких значениях k уравнение $x^2 - 4x + (2 - k)(2 + k) = 0$ имеет корни разных знаков?

**Уравнения

1) Не вычисляя корней x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 7x - 21 = 0$, найдите значение выражения: $x_1^2 + x_2^2$.

2) $x_1 = -3$ является корнем уравнения $5x^2 + 12x + q = 0$. Найдите x_2, q .

3) Сумма квадратов корней уравнения $x^2 + px - 3 = 0$ равна 10. Найдите значение числа p .

4) Не вычисляя корней x_1, x_2 уравнения $x^2 - 7x + 12 = 0$, найдите значение выражения: $x_1^2 + x_2^2$.

Указание: $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$; $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.

$$x_1 + x_2 = -p = -\frac{b}{a}, x_1x_2 = q = \frac{c}{a}. (x^2 + px + q = 0 \text{ прив.ур. или } ax^2 + bx + c = 0).$$

Заключение

Проект рекомендуется применять на уроках обобщающего повторения в 9 классах, т.к. материал по разделам «Линейные уравнения», «Квадратные уравнения» подобран с учётом требований кодификатора. Разработанная система задач будет помогать учителю при подготовке учащихся к итоговой аттестации.

Литература

1. Алгебра 9 класс. Итоговая аттестация-2016 г. Под редакцией Ф.Ф.Лысенко.- Ростов-на-Дону: Легион. – 2016.
2. Алгебра: учебники для 8, 9 классов общеобразовательных учреждений / Мордкович А.Г. и др.- М.: Мнемозина. – 2015.
3. Кочагин В.В., Кочагина М.Н. ГИА 2011: Алгебра: сборник заданий: 9 класс. М.: Эксмо. – 2015.
4. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебраический тренажёр. Пособие для школьников и абитуриентов, М.: «Илекса». – 2014.
5. Студенецкая В.Н., Сагателова Л.С. Сборник элективных курсов. Математика 8 – 9. – Волгоград: Учитель. – 2006.
6. Тематические тесты «Алгебра 8», «Алгебра 9».- М.: Центр тестирования РФ. – 2016.
7. Шестаков С.А. Сборник задач для подготовки и проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. М.: Астрель. – 2010.