**Задача о распространении эпидемии гриппа в классе**

**Постановка задачи:**

***Формулировка задачи:***

Рассмотрим ситуацию, когда в классе появляются заболевшие. В результате контактов некоторые ученики “подхватывают” инфекцию, заражают других, заболевают, выздоравливают. Некоторые оказываются устойчивыми к инфекции. Число учеников, посещающих занятия постепенно сокращается, и достигает наименьшего значения в разгар эпидемии. Затем наполняемость класса начинает расти и через некоторое время восстанавливается.

***Цель:***

Построить в среде Excel компьютерную модель распространения эпидемии гриппа в классе и проанализировать ход эпидемии. Определить:

* в какой день в классе присутствует наименьшее число учеников;
* за сколько дней эпидемия полностью прекращается.

*Сделаем несколько упрощающих предположений:*

1. В любой момент времени каждый ученик класса, состоящего из **n** человек, входит в одну из следующих четырех групп:

* здоровые – не заразившиеся, не заразные и не переболевшие гриппом;
* носители – заразившиеся и заразные ученики, присутствующие на занятиях;
* больные – отсутствующие в классе по болезни.
* выздоровевшие – приступившие к занятиям после болезни.

1. Носители инфекции, заразившись, ходят в школу и заражают других в течении одного дня. На следующий день они заболевают и перестают посещать занятия.
2. Заболевшие болеют в течение 5 дней, после чего выходят на занятия.
3. Выздоровевшие ученики повторно не заболевают.
4. Еще одно предположение связано со скоростью распространения инфекции. Обозначим число учеников, заразившихся гриппом в день **t**, через **x**. Заражение здоровых учеников происходит при контактах между здоровыми учениками и носителями инфекции. число таких контактов тем больше, чем больше здоровых учеников и чем выше доля носителей гриппа среди присутствующих в классе. Будем считать, что **x** пропорционально числу здоровых учеников **a** и корню квадратному из доли носителей болезни среди присутствующих учеников, т.е. .

Получаем формулу

 , где k – коэффициент пропорциональности,

b – число носителей инфекции,

w – число присутствующих в классе.

Попробуем теперь разобраться, какую роль играет коэффициент k. С увеличением k (при прочих равных условиях) увеличивается число заболевших. В реальности число заболевших будет больше в том классе, где ученики больше любят пообщаться друг с другом, меньше закалены и т.п. Снизить число заболевших могут противогрипозные мероприятия, играет свою роль возраст детей и т.д. все эти особенности каждого конкретного класса находят отражение в величине коэффициента k. Зная коэффициент k, характеризующий данный класс, мы можем примерно предсказать ход эпидемии.

**Составим информационную модель:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Объект | Параметры | | Действия |
|  | неуправляемые | управляемые |  |
| Класс |  | n – число учеников  b – число носителей инфекции, оказавшихся в классе в первый день эпидемии в классе  k – коэффициент пропорциональности, ха­рак­те­ризующий скорость распространения инфекции | Изменение наполняемости класса |
| Ученик |  |  | Заразиться  Заразить других  Заболеть  Выздороветь |

**Знаковая модель**

Будем прослеживать состояние класса день за днем. В каждый день состояние описывается следующим набором величин:

*a – число здоровых учеников;*

*b – число носителей инфекции;*

*c – число больных учеников;*

*d – число выздоровевших учеников;*

*w – число присутствующих в классе.*

С учетом сделанных предположений число здоровых учеников, число носителей и число выздоровевших в сумме составляют число учеников, присутствующих в классе :

*a + b + d = w*

Число присутствующих в сумме с числом больных составляет общее число учеников в классе:

*a + b +с + d = n*

Пусть в день t мы имеем состояние

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| день | здоровые | носители | больные | выздоровевшие | в классе |
| t | a | b | c | d | w |

Попробуем ответить на вопрос, какое состояние в классе возникнет на следующий день, т.е. в день t+1.

Ясно, что b учеников из группы носителей перейдут в группу больных. Если t<5, то выздоровевших учеников в день t нет; их не будет и в день t+1. Число больных в день t+1 станет равно c+b. Если с начала эпидемии прошло более 5 дней, то число больных будет меньше: из c+b нужно вычесть число тех учеников, которые ко дню t отболели положенные 5 дней. Они, естественно, из группы больных перейдут в группу выздоровевших.

Для определения числа учеников, заразившихся гриппом в день t, при построении компьютерной модели вместо формулы  будем использовать формулу



В знаменателе поставили w+1, а не w по чисто техническим соображениям. Если при работе с моделью возникнет состояние, когда все больны, т.е. w=0, то благодаря добавлению 1 мы избежим деления на нуль. В практически интересных случаях w достаточно велико, а  и  мало различаются.

По понятным соображениям необходимо взять целую часть выражения

 – число учеников должно быть целым.

**Компьютерная модель**

1. Загрузить Excel.
2. Создать таблицу - заготовку модел, как показано на рисунке:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D | E | F |
| 1 |  |  | Эпидемия гриппа | |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 | k | 0,3 | группа | 40 | инфецировано | 2 |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | день | здоровые | носители | больные | выздоровевшие | в классе |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

1. Заполнить ячейки, описывающие состояние в первый день:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D | E | F |
| 1 |  |  | Эпидемия гриппа | |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 | k | 0,3 | группа | 40 | инфецировано | 2 |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | день | здоровые | носители | больные | выздоровевшие | в классе |
| 6 | 1 | =$D$3-$F$3 | =$F$3 | 0 | 0 | =B6+C6+E6 |

1. Во 2-ой день часть здоровых учеников станет носителями; те, что были носителями накануне, заболеют; сократится число присутствующих в классе. Заполнить ячейки, описывающие это состояние. Для этого в строку 7 ввести формулы:

A7: = A6+1

B7: = B6-C7

C7: = ОКРУГЛВНИЗ(($B$3\*B6\*КОРЕНЬ(С6/(F6+1)));0)

D7: = D6+C6-E7

E7: = 0

F7: = B7+C7+E7

1. Скопировать строку 7 (2-ой день) в строки 8, 9, 10, 11, (дни с третьего по шестой), т.к. в 3-ий, 4-ый, 5-ый и 6-ой день будет происходить тоже, что во 2-ой:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D | E | F |
| 1 |  |  | Эпидемия гриппа | |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 | k | 0,3 | группа | 40 | инфецировано | 2 |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | день | здоровые | носители | больные | выздоровевшие | в классе |
| 6 | 1 | 38 | 2 | 0 | 0 | 40 |
| 7 | 2 | 36 | 2 | 2 | 0 | 38 |
| 8 | 3 | 34 | 2 | 4 | 0 | 36 |
| 9 | 4 | 32 | 2 | 6 | 0 | 34 |
| 10 | 5 | 30 | 2 | 8 | 0 | 32 |
| 11 | 6 | 28 | 2 | 10 | 0 | 30 |
| 12 |  |  |  | \* | \* |  |

1. На 7-ой день характер процесса несколько меняется: в классе начинают появляться выздоровевшие ученики. Внесите соответствующие поправки в формулы. Для этого скопируйте строку 11 в строку 12 и измените формулы в ячейках E12, D12:

E12: = E11+C6 - на седьмой день выздоравливают те ученики, которые заболели на второй день, т.е. были носителями в первый.

D12: =ЕСЛИ((D11+C11- E12)>0;D11+C11-E12;0) - число больных уменьшается на количество выздоровевших учеников (E12) до тех пор, пока не поправятся все, т.е. D12: = 0 (отрицательным количество учеников быть не может).

1. Скопировать строку 12 в троки с 13-ой по 35-ую.
2. Зависимость числа учеников в классе от дня эпидемии удобно представить в графической форме. Постройте график зависимости графы “в классе” от графы “день”.
3. Используя полученный график, проанализировать ход эпидемии при заданных значенях параметров. Определить:
4. в какой день в классе присутствует наименьшее число учеников;
5. за сколько дней эпидемия полностью прекращается.

**Решите следующие задачи:**

Будем считать, что эпидемия не развивается, если в классе каждый день присутствует не менее 90% учащихся. Установите, при каких значениях коэффициента k эпидемия не развивается, если в первый день в класс приходит один заболевший ученик. Найдите (с точностью до сотых) наибольшее такое значение.