

Результаты предмета

1.2.5.8. Математика

Выпускник научится в 5-6 классах (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

- Оперировать на базовом уровне¹ понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;
- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать логически некорректные высказывания.

Числа

- Оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число;
- использовать свойства чисел и правила действий с рациональными числами при выполнении вычислений;
- использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;
- выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами;
- сравнивать рациональные числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

¹ Здесь и далее – распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

- оценивать результаты вычислений при решении практических задач;
- выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;
- составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Статистика и теория вероятностей

- Представлять данные в виде таблиц, диаграмм,
- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы.

Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;
- строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка), в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
- осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию;
- составлять план решения задачи;
- выделять этапы решения задачи;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
- решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;

- находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное отношение двух чисел, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
- решать несложные логические задачи методом рассуждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях искомых величин в задаче (делать прикидку)

Наглядная геометрия

Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями: фигура, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырёхугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар. Изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью линейки и циркуля.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи с применением простейших свойств фигур.

Измерения и вычисления

- выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади прямоугольников;
- выполнять простейшие построения и измерения на местности, необходимые в реальной жизни.

История математики

- описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов, в связи с отечественной и всемирной историей.

Выпускник получит возможность научиться в 5-6 классах (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углублённом уровнях)

Элементы теории множеств и математической логики

- *Оперировать² понятиями: множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность,*
- *определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств; задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *распознавать логически некорректные высказывания;*
- *строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики.*

Числа

- *Оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных;*

² Здесь и далее – знать определение понятия, уметь пояснить его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

- понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа;
- выполнять вычисления, в том числе с использованием приёмов рациональных вычислений, обосновывать алгоритмы выполнения действий;
- использовать признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, суммы и произведения чисел при выполнении вычислений и решении задач, обосновывать признаки делимости;
- выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенных и десятичных дробей;
- находить НОД и НОК чисел и использовать их при решении задач;.
- оперировать понятием модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;
- выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений;
- составлять числовые выражения и оценивать их значения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Оперировать понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство.

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое,
- извлекать, информацию, представленную в таблицах, на диаграммах;
- составлять таблицы, строить диаграммы на основе данных.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;
- знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию);
- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;

- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчёта;
- решать разнообразные задачи «на части»;
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение); выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (*те, от которых абстрагировались*), конструировать новые ситуации с учётом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;
- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета.

Наглядная геометрия

Геометрические фигуры

- Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью компьютерных инструментов.

Измерения и вычисления

- выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников, квадратов, объемы прямоугольных параллелепипедов, кубов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади участков прямоугольной формы, объемы комнат;
- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей.

Выпускник научится в 7-9 классах (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать на базовом уровне³ понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;
- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях;

³ Здесь и далее – распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

- оперировать на базовом уровне понятиями:
определение, аксиома, теорема, доказательство;
- приводить примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

Числа

- Оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанная дробь, рациональное число, арифметический квадратный корень;
- использовать свойства чисел и правила действий при выполнении вычислений;
- использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;
- выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами;
- оценивать значение квадратного корня из положительного целого числа;
- распознавать рациональные и иррациональные числа;
- сравнивать числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать результаты вычислений при решении практических задач;
- выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;
- составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Тождественные преобразования

- Выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- выполнять несложные преобразования целых выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые;
- использовать формулы сокращенного умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений;
- выполнять несложные преобразования дробно-линейных выражений и выражений с квадратными корнями.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- понимать смысл записи числа в стандартном виде;
- оперировать на базовом уровне понятием «стандартная запись числа».

Уравнения и неравенства

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство, неравенство, решение неравенства;
- проверять справедливость числовых равенств и неравенств;
- решать линейные неравенства и несложные неравенства, сводящиеся к линейным;
- решать системы несложных линейных уравнений, неравенств;
- проверять, является ли данное число решением уравнения (неравенства);
- решать квадратные уравнения по формуле корней квадратного уравнения;

- изображать решения неравенств и их систем на числовой прямой.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные уравнения при решении задач, возникающих в других учебных предметах.

Функции

- находить значение функции по заданному значению аргумента;
- находить значение аргумента по заданному значению функции в несложных ситуациях;
- определять положение точки по её координатам, координаты точки по её положению на координатной плоскости;
- по графику находить область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения функции;
- строить график линейной функции;
- проверять, является ли данный график графиком заданной функции (линейной, квадратичной, обратной пропорциональности);
- определять приближённые значения координат точки пересечения графиков функций;
- оперировать на базовом уровне понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;
- решать задачи на прогрессии, в которых ответ может быть получен непосредственным подсчётом без применения формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать графики реальных процессов и зависимостей для определения их свойств (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, области положительных и отрицательных значений и т.п.);

- использовать свойства линейной функции и ее график при решении задач из других учебных предметов.

Статистика и теория вероятностей

- Иметь представление о статистических характеристиках, вероятности случайного события, комбинаторных задачах;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом прямого и организованного перебора;
- представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика;
- определять основные статистические характеристики числовых наборов;
- оценивать вероятность события в простейших случаях;
- иметь представление о роли закона больших чисел в массовых явлениях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать количество возможных вариантов методом перебора;
- иметь представление о роли практически достоверных и маловероятных событий;
- сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений в несложных ситуациях.

Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;

- строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка или уравнения), в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
- осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию;
 - составлять план решения задачи;
 - выделять этапы решения задачи;
 - интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
 - решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
 - решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;
 - находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
 - решать несложные логические задачи методом рассуждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях искомых в задаче величин (делать прикидку).

Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями геометрических фигур;
- извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде;

- применять для решения задач геометрические факты, если условия их применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения типовых задач, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания.

Отношения

- Оперировать на базовом уровне понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения простейших задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- применять формулы периметра, площади и объёма, площади поверхности отдельных многогранников при вычислениях, когда все данные имеются в условии;
- применять теорему Пифагора, базовые тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей в простейших случаях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади в простейших случаях, применять формулы в простейших ситуациях в повседневной жизни.

Геометрические построения

- Изображать типовые плоские фигуры и фигуры в пространстве от руки и с помощью инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни.

Геометрические преобразования

- Строить фигуру, симметричную данной фигуре относительно оси и точки.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать движение объектов в окружающем мире;
- распознавать симметричные фигуры в окружающем мире.

Векторы и координаты на плоскости

- Оперировать на базовом уровне понятиями вектор, сумма векторов, произведение вектора на число, координаты на плоскости;
- определять приближённо координаты точки по её изображению на координатной плоскости.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать векторы для решения простейших задач на определение скорости относительного движения.

История математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов, в связи с отечественной и всемирной историей;

- понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Выбирать подходящий изученный метод для решения изученных типов математических задач;
- Приводить примеры математических закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства.

Выпускник получит возможность научиться в 7-9 классах для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углублённом уровнях.

Элементы теории множеств и математической логики

- *Оперировать⁴ понятиями: определение, теорема, аксиома, множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, включение, равенство множеств;*
- *изображать множества и отношение множеств с помощью кругов Эйлера;*
- *определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств;*
- *задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания;*
- *оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, отрицание высказываний, операции над высказываниями: и, или, не, условные высказывания (импликации);*

⁴ Здесь и далее – знать определение понятия, уметь пояснить его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

- строить высказывания, отрицания высказываний.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики;
- использовать множества, операции с множествами, их графическое представление для описания реальных процессов и явлений.

Числа

- Оперировать понятиями: множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел, иррациональное число, квадратный корень, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа;
- выполнять вычисления, в том числе с использованием приёмов рациональных вычислений;
- выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать рациональные и иррациональные числа;
- представлять рациональное число в виде десятичной дроби
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби;
- находить НОД и НОК чисел и использовать их при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;

- выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений;
- составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов;
- записывать и округлять числовые значения реальных величин с использованием разных систем измерения.

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- выполнять преобразования целых выражений: действия с одночленами (сложение, вычитание, умножение), действия с многочленами (сложение, вычитание, умножение);
- выполнять разложение многочленов на множители одним из способов: вынесение за скобку, группировка, , использование формул сокращенного умножения;
- выделять квадрат суммы и разности одночленов;
- раскладывать на множители квадратный трёхчлен;
- выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби;
- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень;
- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни;

- выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни;
- выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде;
- выполнять преобразования алгебраических выражений при решении задач других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Оперировать понятиями: уравнение, неравенство, корень уравнения, решение неравенства, равносильные уравнения, область определения уравнения (неравенства, системы уравнений или неравенств);
- решать линейные уравнения и уравнения, сводимые к линейным с помощью тождественных преобразований;
- решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным с помощью тождественных преобразований;
- решать дробно-линейные уравнения;
- решать простейшие иррациональные уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$;
- решать уравнения вида $x^n = a$;
- решать уравнения способом разложения на множители и замены переменной;
- использовать метод интервалов для решения целых и дробно-рациональных неравенств;
- решать линейные уравнения и неравенства с параметрами;
- решать несложные квадратные уравнения с параметром;

- решать несложные системы линейных уравнений с параметрами;
- решать несложные уравнения в целых числах.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выбирать соответствующие уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

Функции

- Определять понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, чётность/нечётность функции;
- строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функции вида: $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$;
- на примере квадратичной функции, использовать преобразования графика функции $y=f(x)$ для построения графиков функций $y=af(kx+b)+c$;

- составлять уравнения прямой по заданным условиям: проходящей через две точки с заданными координатами, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой;
- исследовать функцию по её графику;
- находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;
- оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;
- решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам;
- использовать свойства и график квадратичной функции при решении задач из других учебных предметов.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;
- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения несложной задачи разные модели текста задачи;
- знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию);
- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;

- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;
- анализировать затруднения при решении задач;
- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;
- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчёта;
- решать разнообразные задачи «на части»,
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение). выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов;
- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;

- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;
- решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решение;
- решать несложные задачи по математической статистике;
- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учётом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;
- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета.

Статистика и теория вероятностей

- Опираться понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;

- составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных;
- оперировать понятиями: факториал числа, перестановки и сочетания, треугольник Паскаля;
- применять правило произведения при решении комбинаторных задач;
- оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями;
- представлять информацию с помощью кругов Эйлера;
- решать задачи на вычисление вероятности с подсчетом количества вариантов с помощью комбинаторики.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;
- определять статистические характеристики выборок по таблицам, диаграммам, графикам, выполнять сравнение в зависимости от цели решения задачи;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений.

Геометрические фигуры

- Определять понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;

- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырёхугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объёме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объёма при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объёма, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников)

вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равновеликости и равносоставленности;

- проводить простые вычисления на объёмных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объёмов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Геометрические построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;
- свободно оперировать чертёжными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объемные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

Преобразования

- Определять понятием движения и преобразования подобия, владеть приёмами построения фигур с использованием движений и

преобразований подобия, применять полученные знания и опыт построений в смежных предметах и в реальных ситуациях окружающего мира;

- строить фигуру, подобную данной, пользоваться свойствами подобия для обоснования свойств фигур;
- применять свойства движений для проведения простейших обоснований свойств фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для построений и вычислений.

Векторы и координаты на плоскости

- Определять понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;
- применять векторы и координаты для решения геометрических задач на вычисление длин, углов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

Выпускник получит возможность научиться в 7-9 классах для успешного продолжения образования на углублённом уровне

Элементы теории множеств и математической логики

- Свободно оперировать⁵ понятиями: множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, включение, равенство множеств, способы задание множества;
- задавать множества разными способами;
- проверять выполнение характеристического свойства множества;
- свободно оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, сложные и простые

⁵ Здесь и далее – знать определение понятия, знать и уметь доказывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

высказывания, отрицание высказываний; истинность и ложность утверждения и его отрицания, операции над высказываниями: и, или, не; условные высказывания (импликации);

- строить высказывания с использованием законов алгебры высказываний.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- строить рассуждения на основе использования правил логики;
- использовать множества, операции с множествами, их графическое представление для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

Числа

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11 суммы и произведения чисел при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;

- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;
- находить НОД и НОК чисел разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Тождественные преобразования

- Свободно оперировать понятиями степени с целым и дробным показателем;
- выполнять доказательство свойств степени с целыми и дробными показателями;
- оперировать понятиями «одночлен», «многочлен», «многочлен с одной переменной», «многочлен с несколькими переменными», коэффициенты многочлена, «стандартная запись многочлена», степень одночлена и многочлена;
- свободно владеть приемами преобразования целых и дробно-рациональных выражений;

- выполнять разложение многочленов на множители разными способами, с использованием комбинаций различных приёмов;
- использовать теорему Виета и теорему, обратную теореме Виета, для поиска корней квадратного трёхчлена и для решения задач, в том числе задач с параметрами на основе квадратного трёхчлена;
- выполнять деление многочлена на многочлен с остатком;
- доказывать свойства квадратных корней и корней степени n ;
- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, корни степени n ;
- свободно оперировать понятиями «тождество», «тождество на множестве», «тождественное преобразование»;
- выполнять различные преобразования выражений, содержащих модули. $(\sqrt{x^k})^2 = x^k$

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять преобразования и действия с буквенными выражениями, числовые коэффициенты которых записаны в стандартном виде;
- выполнять преобразования рациональных выражений при решении задач других учебных предметов;
- выполнять проверку правдоподобия физических и химических формул на основе сравнения размерностей и валентностей.

Уравнения и неравенства

- Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;

- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3 и 4 степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- знать теорему Виета для уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть разными методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты.

Функции

- Свободно оперировать понятиями: зависимость, функциональная зависимость, зависимая и независимая переменные, функция, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, наибольшее и наименьшее значения, чётность/нечётность функции, периодичность функции, график функции, вертикальная, горизонтальная, наклонная асимптоты; график зависимости, не являющейся функцией,

- строить графики функций: линейной, квадратичной, дробно-линейной, степенной при разных значениях показателя степени, $y = |x|$;

- использовать преобразования графика функции $y = f(x)$ для построения графиков функций $y = af(kx + b) + c$;

- анализировать свойства функций и вид графика в зависимости от параметров;

- свободно оперировать понятиями: последовательность, ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность, предел последовательности, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, характеристическое свойство арифметической (геометрической) прогрессии;

- использовать метод математической индукции для вывода формул, доказательства равенств и неравенств, решения задач на делимость;

- исследовать последовательности, заданные рекуррентно;

- решать комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- конструировать и исследовать функции, соответствующие реальным процессам и явлениям, интерпретировать полученные результаты в соответствии со спецификой исследуемого процесса или явления;
- использовать графики зависимостей для исследования реальных процессов и явлений;
- конструировать и исследовать функции при решении задач других учебных предметов, интерпретировать полученные результаты в соответствии со спецификой учебного предмета.

Статистика и теория вероятностей

- Свободно оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;
- выбирать наиболее удобный способ представления информации, адекватный её свойствам и целям анализа;
- вычислять числовые характеристики выборки;
- свободно оперировать понятиями: факториал числа, перестановки, сочетания и размещения, треугольник Паскаля;
- свободно оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;
- свободно оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;

- знать примеры случайных величин, и вычислять их статистические характеристики;
- использовать формулы комбинаторики при решении комбинаторных задач;
- решать задачи на вычисление вероятности в том числе с использованием формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- представлять информацию о реальных процессах и явлениях способом, адекватным её свойствам и цели исследования;
- анализировать и сравнивать статистические характеристики выборок, полученных в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления, решения задачи из других учебных предметов;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений в различных ситуациях.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи, а также задачи повышенной трудности и выделять их математическую основу;
- распознавать разные виды и типы задач;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач и задач повышенной сложности для построения поисковой схемы и решения задач, выбирать оптимальную для рассматриваемой в задаче ситуации модель текста задачи;
- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения сложных задач разные модели текста задачи;
- знать и применять три способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию, комбинированный);

- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;
- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;
- анализировать затруднения при решении задач;
- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- изменять условие задач (количественные или качественные данные), исследовать измененное преобразованное;
- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние). при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях, конструировать новые ситуации на основе изменения условий задачи при движении по реке;
- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчёта;
- решать разнообразные задачи «на части»;
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение). выделять эти величины и

отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов;

- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации, использовать их в новых ситуациях по отношению к изученным в процессе обучения;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;
- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;
- решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решение;
- решать несложные задачи по математической статистике;
- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- конструировать новые для данной задачи задачные ситуации с учётом реальных характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества; решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчёта;
- конструировать задачные ситуации, приближенные к реальной действительности.

Геометрические фигуры

- Свободно оперировать геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- формулировать и доказывать геометрические утверждения.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Отношения

- Владеть понятием отношения как метапредметным;
- свободно оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;

- использовать свойства подобия и равенства фигур при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для построения и исследования математических моделей объектов реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Свободно оперировать понятиями длина, площадь, объём, величина угла как величинами, использовать равновеликость и равносоставленность при решении задач на вычисление, самостоятельно получать и использовать формулы для вычислений площадей и объёмов фигур, свободно оперировать широким набором формул на вычисление при решении сложных задач, в том числе и задач на вычисление в комбинациях окружности и треугольника, окружности и четырёхугольника, а также с применением тригонометрии;
- самостоятельно формулировать гипотезы и проверять их достоверность.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- свободно оперировать формулами при решении задач в других учебных предметах и при проведении необходимых вычислений в реальной жизни.

Геометрические построения

- Оперировать понятием набора элементов, определяющих геометрическую фигуру,
- владеть набором методов построений циркулем и линейкой;
- проводить анализ и реализовывать этапы решения задач на построение.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять построения на местности;

- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

Преобразования

- Оперировать движениями и преобразованиями как метапредметными понятиями;
- оперировать понятием движения и преобразования подобия для обоснований, свободно владеть приемами построения фигур с помощью движений и преобразования подобия, а также комбинациями движений, движений и преобразований;
- использовать свойства движений и преобразований для проведения обоснования и доказательства утверждений в геометрии и других учебных предметах;
- пользоваться свойствами движений и преобразований при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для построений и вычислений.

Векторы и координаты на плоскости

- Свободно оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- владеть векторным и координатным методом на плоскости для решения задач на вычисление и доказательства;
- выполнять с помощью векторов и координат доказательство известных ему геометрических фактов (свойства средних линий, теорем о замечательных точках и т.п.) и получать новые свойства известных фигур;
- использовать уравнения фигур для решения задач и самостоятельно составлять уравнения отдельных плоских фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.

История математики

- Понимать математику как строго организованную систему научных знаний, в частности владеть представлениями об аксиоматическом построении геометрии и первичными представлениями о неевклидовых геометриях;
- рассматривать математику в контексте истории развития цивилизации и истории развития науки, понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Владеть знаниями о различных методах обоснования и опровержения математических утверждений и самостоятельно применять их;
- владеть навыками анализа условия задачи и определения подходящих для решения задач изученных методов или их комбинаций;
- характеризовать произведения искусства с учётом математических закономерностей в природе, использовать математические закономерности в самостоятельном творчестве.

Основное содержание учебных предметов на уровне основного общего образования

- **2.2.2.8. Математика**
- Содержание курсов математики 5–6 классов, алгебры и геометрии 7–9 классов объединено как в исторически сложившиеся линии (числовая, алгебраическая, геометрическая, функциональная и др.), так и в относительно новые (стохастическая линия, «реальная математика»). Отдельно представлены линия сюжетных задач, историческая линия.
- Элементы теории множеств и математической логики
- Согласно ФГОС основного общего образования в курс математики введен раздел «Логика», который не предполагает дополнительных часов на

изучении и встраивается в различные темы курсов математики и информатики и предваряется ознакомлением с элементами теории множеств.

- Множества и отношения между ними
- Множество, характеристическое свойство множества, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Подмножество. Отношение принадлежности, включения, равенства. Элементы множества, способы задания множеств, распознавание подмножеств и элементов подмножеств с использованием кругов Эйлера.
- Операции над множествами
- Пересечение и объединение множеств. Разность множеств, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами с помощью кругов Эйлера.
- Элементы логики
- Определение. Утверждения. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной. Пример и контрпример.
- Высказывания
- Истинность и ложность высказывания. Сложные и простые высказывания. Операции над высказываниями с использованием логических связок: и, или, не. Условные высказывания (импликации).
- Содержание курса математики в 5–6 классах
- Натуральные числа и нуль
- Натуральный ряд чисел и его свойства
- Натуральное число, множество натуральных чисел и его свойства, изображение натуральных чисел точками на числовой прямой. Использование свойств натуральных чисел при решении задач.
- Запись и чтение натуральных чисел
- Различие между цифрой и числом. Позиционная запись натурального числа, поместное значение цифры, разряды и классы, соотношение между двумя соседними разрядными единицами, чтение и запись натуральных чисел.
- Округление натуральных чисел
- Необходимость округления. Правило округления натуральных чисел.
- Сравнение натуральных чисел, сравнение с числом 0

- Понятие о сравнении чисел, сравнение натуральных чисел друг с другом и с нулём, математическая запись сравнений, способы сравнения чисел.
- Действия с натуральными числами
- Сложение и вычитание, компоненты сложения и вычитания, связь между ними, нахождение суммы и разности, изменение суммы и разности при изменении компонентов сложения и вычитания.
- Умножение и деление, компоненты умножения и деления, связь между ними, умножение и сложение в столбик, деление уголком, проверка результата с помощью прикидки и обратного действия.
- Переместительный и сочетательный законы сложения и умножения, распределительный закон умножения относительно сложения, обоснование алгоритмов выполнения арифметических действий.
- Степень с натуральным показателем
- Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, порядок выполнения действий в выражениях, содержащих степень, вычисление значений выражений, содержащих степень.
- Числовые выражения
- Числовое выражение и его значение, порядок выполнения действий.
- Деление с остатком
- Деление с остатком на множестве натуральных чисел, свойства деления с остатком. Практические задачи на деление с остатком.
- Свойства и признаки делимости
- Свойство делимости суммы (разности) на число. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Доказательство признаков делимости. Решение практических задач с применением признаков делимости.
- Разложение числа на простые множители
- Простые и составные числа, решето Эратосфена.
- Разложение натурального числа на множители, разложение на простые множители. Количество делителей числа, алгоритм разложения числа на простые множители, основная теорема арифметики.
- Алгебраические выражения
- Использование букв для обозначения чисел, вычисление значения алгебраического выражения, применение алгебраических выражений для записи свойств арифметических действий, преобразование алгебраических выражений.

- Делители и кратные
- Делитель и его свойства, общий делитель двух и более чисел, наибольший общий делитель, взаимно простые числа, нахождение наибольшего общего делителя. Кратное и его свойства, общее кратное двух и более чисел, наименьшее общее кратное, способы нахождения наименьшего общего кратного.
- Дроби
- Обыкновенные дроби
- Доля, часть, дробное число, дробь. Дробное число как результат деления. Правильные и неправильные дроби, смешанная дробь (смешанное число).
- Запись натурального числа в виде дроби с заданным знаменателем, преобразование смешанной дроби в неправильную дробь и наоборот.
- Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение обыкновенных дробей.
- Сложение и вычитание обыкновенных дробей. Умножение и деление обыкновенных дробей.
- Арифметические действия со смешанными дробями.
- Арифметические действия с дробными числами.
- Способы рационализации вычислений и их применение при выполнении действий.
- Десятичные дроби
- Целая и дробная части десятичной дроби. Преобразование десятичных дробей в обыкновенные. Сравнение десятичных дробей. Сложение и вычитание десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей. Преобразование обыкновенных дробей в десятичные дроби. Конечные и бесконечные десятичные дроби.
- Отношение двух чисел
- Масштаб на плане и карте. Пропорции. Свойства пропорций, применение пропорций и отношений при решении задач.
- Среднее арифметическое чисел
- Среднее арифметическое двух чисел. Изображение среднего арифметического двух чисел на числовой прямой. Решение практических задач с применением среднего арифметического. Среднее арифметическое нескольких чисел.

- Проценты
- Понятие процента. Вычисление процентов от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах. Решение несложных практических задач с процентами.
- Диаграммы
- Столбчатые и круговые диаграммы. Извлечение информации из диаграмм. Изображение диаграмм по числовым данным.
- Рациональные числа
- Положительные и отрицательные числа
- Изображение чисел на числовой (координатной) прямой. Сравнение чисел. Модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа. Действия с положительными и отрицательными числами. Множество целых чисел.
- Понятие о рациональном числе. Первичное представление о множестве рациональных чисел. Действия с рациональными числами.
- Решение текстовых задач
- Единицы измерений: длины, площади, объёма, массы, времени, скорости. Зависимости между единицами измерения каждой величины. Зависимости между величинами: скорость, время, расстояние; производительность, время, работа; цена, количество, стоимость.
- Задачи на все арифметические действия
- Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.
- Задачи на движение, работу и покупки
- Решение несложных задач на движение в противоположных направлениях, в одном направлении, движение по реке по течению и против течения. Решение задач на совместную работу. Применение дробей при решении задач.
- Задачи на части, доли, проценты
- Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.
- Логические задачи
- Решение несложных логических задач. Решение логических задач с помощью графов, таблиц.

- Основные методы решения текстовых задач: арифметический, перебор вариантов.
- Наглядная геометрия
- Фигуры в окружающем мире. Наглядные представления о фигурах на плоскости: прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырехугольник, прямоугольник, квадрат. Треугольник, виды треугольников. Правильные многоугольники. Изображение основных геометрических фигур. Взаимное расположение двух прямых, двух окружностей, прямой и окружности. Длина отрезка, ломаной. Единицы измерения длины. Построение отрезка заданной длины. Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира.
- Периметр многоугольника. Понятие площади фигуры; единицы измерения площади. Площадь прямоугольника, квадрата. Приближенное измерение площади фигур на клетчатой бумаге. Равновеликие фигуры.
- Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур. Примеры сечений. Многогранники. Правильные многогранники. Примеры разверток многогранников, цилиндра и конуса.
- Понятие объема; единицы объема. Объем прямоугольного параллелепипеда, куба.
- Понятие о равенстве фигур. Центральная, осевая и зеркальная симметрии. Изображение симметричных фигур.
- Решение практических задач с применением простейших свойств фигур.
- История математики
- Появление цифр, букв, иероглифов в процессе счёта и распределения продуктов на Древнем Ближнем Востоке. Связь с Неолитической революцией.
- Рождение шестидесятеричной системы счисления. Появление десятичной записи чисел.
- Рождение и развитие арифметики натуральных чисел. НОК, НОД, простые числа. Решето Эратосфена.
- Появление нуля и отрицательных чисел в математике древности. Роль Диофанта. Почему $(-1)(-1) = +1$?

- Дроби в Вавилоне, Египте, Риме. Открытие десятичных дробей.
Старинные системы мер. Десятичные дроби и метрическая система мер.
Л. Магницкий.
- Содержание курса математики в 7–9 классах
- **Алгебра**
- Числа
- Рациональные числа
- Множество рациональных чисел. Сравнение рациональных чисел.
Действия с рациональными числами. Представление рационального числа десятичной дробью.
- Иррациональные числа
- Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел.
Примеры доказательств в алгебре. Иррациональность числа $\sqrt{2}$.
Применение в геометрии. Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел.
- Тождественные преобразования
- Числовые и буквенные выражения
- Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.
- Целые выражения
- Степень с натуральным показателем и её свойства. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральным показателем.
- Одночлен, многочлен. Действия с одночленами и многочленами (сложение, вычитание, умножение). Формулы сокращённого умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки, группировка, применение формул сокращённого умножения. Квадратный трёхчлен, разложение квадратного трёхчлена на множители.
- Дробно-rationальные выражения
- Степень с целым показателем. Преобразование дробно-линейных выражений: сложение, умножение, деление. Алгебраическая дробь.
Допустимые значения переменных в дробно-rationальных выражениях.
Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень.
- Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

- Квадратные корни
- Арифметический квадратный корень. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: умножение, деление, вынесение множителя из-под знака корня, внесение множителя под знак корня.
- Уравнения и неравенства
- Равенства
- Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.
- Уравнения
- Понятие уравнения и корня уравнения. Представление о равносильности уравнений. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).
- Линейное уравнение и его корни
- Решение линейных уравнений. Линейное уравнение с параметром. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.
- Квадратное уравнение и его корни
- Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Решение квадратных уравнений: использование формулы для нахождения корней, графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.
- Дробно-рациональные уравнения
- Решение простейших дробно-линейных уравнений. Решение дробно-рациональных уравнений.
- Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений.
- Простейшие иррациональные уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.
- Уравнения вида $x^n = a$. Уравнения в целых числах.
- Системы уравнений

- Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными. Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.
- Понятие системы уравнений. Решение системы уравнений.
- Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: графический метод, метод сложения, метод подстановки.
- Системы линейных уравнений с параметром.
- Неравенства
- Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных.
- Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Область определения неравенства (область допустимых значений переменной).
- Решение линейных неравенств.
- Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства.
- Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.
- Системы неравенств
- Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, квадратных. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.
- Функции
- Понятие функции
- Декартовы координаты на плоскости. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных реальных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, чётность/нечётность, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения. Исследование функции по её графику.
- Представление об асимптотах.
- Непрерывность функции. Кусочно заданные функции.
- Линейная функция

- Свойства и график линейной функции. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её углового коэффициента и свободного члена. Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельной данной прямой.
- Квадратичная функция
- Свойства и график квадратичной функции (парабола). Построение графика квадратичной функции по точкам. Нахождение нулей квадратичной функции, множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности.
- Обратная пропорциональность
- Свойства функции $y = \frac{k}{x}$. Гипербола.
- Графики функций. Преобразование графика функции $y = f(x)$ для построения графиков функций вида $y = af(kx+b)+c$.
- Графики функций $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$.
- Последовательности и прогрессии
- Числовая последовательность. Примеры числовых последовательностей. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. Формула общего члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия.
- Решение текстовых задач
- Задачи на все арифметические действия
- Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.
- Задачи на движение, работу и покупки
- Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.
- Задачи на части, доли, проценты
- Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

- Логические задачи
- Решение логических задач. Решение логических задач с помощью графов, таблиц.
- Основные методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов. Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).
- Статистика и теория вероятностей
- Статистика
- Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, графики, применение диаграмм и графиков для описания зависимостей реальных величин, извлечение информации из таблиц, диаграмм и графиков. Описательные статистические показатели числовых наборов: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения. Меры рассеивания: размах, дисперсия и стандартное отклонение.
- Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах.
- Случайные события
- Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Представление эксперимента в виде дерева. Независимые события. Умножение вероятностей независимых событий. Последовательные независимые испытания. Представление о независимых событиях в жизни.
- Элементы комбинаторики
- Правило умножения, перестановки, факториал числа. Сочетания и число сочетаний. Формула числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением комбинаторных формул.

Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

- Случайные величины
- Знакомство со случайными величинами на примерах конечных дискретных случайных величин. Распределение вероятностей. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.
- **Геометрия**
- Геометрические фигуры
- Фигуры в геометрии и в окружающем мире
- Геометрическая фигура. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура».
- Точка, линия, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, круг.
- Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.
- Многоугольники
- Многоугольник, его элементы и его свойства. Распознавание некоторых многоугольников. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники.
- Треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренный треугольник, его свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Внешние углы треугольника. Неравенство треугольника.
- Четырёхугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция, равнобедренная трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата.
- Окружность, круг
- Окружность, круг, их элементы и свойства; центральные и вписанные углы. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Вписанные и описанные окружности для треугольников, четырёхугольников, правильных многоугольников.
- Геометрические фигуры в пространстве (объёмные тела)

- Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней. Первичные представления о пирамиде, параллелепипеде, призме, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах.
- Отношения
- Равенство фигур
- Свойства равных треугольников. Признаки равенства треугольников.
- Параллельность прямых
- Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Теорема Фалеса.
- Перпендикулярные прямые
- Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Наклонная, проекция. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности.
- Подобие
- Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия.
- Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.
- Измерения и вычисления
- Величины
- Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины. Величина угла. Градусная мера угла.
- Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.
- Представление об объёме и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.
- Измерения и вычисления
- Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике Тригонометрические функции тупого угла. Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, формулы длины окружности и площади круга. Сравнение и вычисление площадей. Теорема Пифагора. Теорема синусов. Теорема косинусов.
- Расстояния

- Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между фигурами.
- Геометрические построения
- Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.
- Инструменты для построений: циркуль, линейка, угольник. Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному,
- Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам.
- Деление отрезка в данном отношении.
- Геометрические преобразования
- Преобразования
- Понятие преобразования. Представление о метапредметном понятии «преобразование». Подобие.
- Движения
- Осевая и центральная симметрия, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.
- Векторы и координаты на плоскости
- Векторы
- Понятие вектора, действия над векторами, использование векторов в физике, разложение вектора на составляющие, скалярное произведение.
- Координаты
- Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур.
- Применение векторов и координат для решения простейших геометрических задач.
- История математики
- Возникновение математики как науки, этапы её развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.
- Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора
- Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П.Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о

нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырёх. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э.Галуа.

- Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных систем координат.
- Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.
- Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б.Паскаль, Я. Бернулли, А.Н.Колмогоров.
- От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа π . Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л Эйлер, Н.И.Лобачевский. История пятого постулата.
- Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.
- Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.
- Роль российских учёных в развитии математики: Л.Эйлер. Н.И.Лобачевский, П.Л.Чебышев, С. Ковалевская, А.Н.Колмогоров.
- Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н.Крылов. Космическая программа и М.В.Келдыш.

- **Содержание курса математики в 7-9 классах (углублённый уровень)**
- **Алгебра**
- Числа
- Рациональные числа
- Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. Конечные и бесконечные десятичные дроби. Представление рационального числа в виде десятичной дроби.
- Иррациональные числа
- Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с

иrrациональными числами. Сравнение иrrациональных чисел.

Множество действительных чисел.

- Представления о расширениях числовых множеств.
- Тождественные преобразования
- Числовые и буквенные выражения
- Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.
- Законы арифметических действий. Преобразования числовых выражений, содержащих степени с натуральным и целым показателем.
- Многочлены
- Одночлен, степень одночлена. Действия с одночленами. Многочлен, степень многочлена. Значения многочлена. Действия с многочленами: сложение, вычитание, умножение, деление. Преобразование целого выражения в многочлен. Формулы сокращённого умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Формулы преобразования суммы и разности кубов, куб суммы и разности. Разложение многочленов на множители: вынесение общего множителя за скобки, группировка, использование формул сокращённого умножения. Многочлены с одной переменной. Стандартный вид многочлена с одной переменной.
- Квадратный трёхчлен. Корни квадратного трёхчлена. Разложение на множители квадратного трёхчлена. Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Выделение полного квадрата. Разложение на множители способом выделения полного квадрата.
- Понятие тождества
- Тождественное преобразование. Представление о тождестве на множестве.
- Дробно-рациональные выражения
- Алгебраическая дробь. Преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, умножение, деление.
- Преобразование выражений, содержащих знак модуля.
- Иррациональные выражения

- Арифметический квадратный корень. Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни.
Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.
- Корни n -ых степеней. Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих корни n -ых степеней. Преобразование выражений, содержащих корни n -ых степеней.
- Степень с рациональным показателем. Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем.
- Уравнения
- Равенства
- Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.
- Уравнения
- Понятие уравнения и корня уравнения. Представление о равносильности уравнений и уравнениях-следствиях.
- Представление о равносильности на множестве. Равносильные преобразования уравнений.
- Методы решения уравнений
- Методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений, использование теоремы Виета для уравнений степени выше 2.
- Линейное уравнение и его корни
- Решение линейных уравнений. Количество корней линейного уравнения. Линейное уравнение с параметром.
- Квадратное уравнение и его корни
- Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Решение квадратных уравнений: графический метод решения, использование формулы для нахождения корней, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратное уравнение с параметром. Решение простейших квадратных уравнений с параметрами. Решение некоторых типов уравнений 3 и 4 степени.
- Дробно-рациональные уравнения
- Решение дробно-рациональных уравнений.

- Простейшие иррациональные уравнения вида: $\sqrt{f(x)} = a$; $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$
 $\sqrt{f(x)} = a\sqrt{f(x)}\sqrt{g(x)}$ и их решение. Решение иррациональных
уравнений вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$.
- Системы уравнений
- Уравнение с двумя переменными. Решение уравнений в целых числах.
Линейное уравнение с двумя переменными. Графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.
- Представление о графической интерпретации произвольного уравнения с двумя переменными: линии на плоскости.
- Понятие системы уравнений. Решение систем уравнений.
- Представление о равносильности систем уравнений.
- Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными
графический метод, метод сложения, метод подстановки. Количество решений системы линейных уравнений. Система линейных уравнений с параметром.
- Системы нелинейных уравнений. Методы решения систем нелинейных уравнений. Метод деления, метод замены переменных. Однородные системы.
- Неравенства
- Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных.
- Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства.
Доказательство неравенств. Неравенства о средних для двух чисел.
- Понятие о решении неравенства. Множество решений неравенства.
- Представление о равносильности неравенств.
- Линейное неравенство и множество его решений. Решение линейных неравенств. Линейное неравенство с параметром.
- Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств:
использование свойств и графика квадратичной функции, метод
интервалов. Запись решения квадратного неравенства.
- Квадратное неравенство с параметром и его решение.
- Простейшие иррациональные неравенства вида: $\sqrt{f(x)} > a$; $\sqrt{f(x)} < a$;
 $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$ $\sqrt{f(x)} > a$.

- Обобщённый метод интервалов для решения неравенств.
- Системы неравенств
- Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, квадратных, дробно-рациональных, иррациональных. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.
- Неравенство с двумя переменными. Представление о решении линейного неравенства с двумя переменными. Графическая интерпретация неравенства с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.
- Функции
- Понятие зависимости
- Прямоугольная система координат. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». График зависимости.
- Функция
- Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, чётность/нечётность, возрастание и убывание, промежутки монотонности, наибольшее и наименьшее значение, периодичность. Исследование функции по её графику.
- Линейная функция
- Свойства, график. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её коэффициентов.
- Квадратичная функция
- Свойства. Парабола. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от её коэффициентов. Использование свойств квадратичной функции для решения задач.
- Обратная пропорциональность
- Свойства функции $y = \frac{k}{x}$. Гипербола. Представление об асимптотах.
- Степенная функция с показателем 3
- Свойства. Кубическая парабола.

- Функции $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$. Их свойства и графики. Степенная функция с показателем степени больше 3.
- Преобразование графиков функций: параллельный перенос, симметрия, растяжение/сжатие, отражение.
- Представление о взаимно обратных функциях.
- Непрерывность функции и точки разрыва функций. Кусочно заданные функции.
- Последовательности и прогрессии
- Числовая последовательность. Примеры. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. Суммирование первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия. Сумма сходящейся геометрической прогрессии. Гармонический ряд. Расходимость гармонического ряда.
- Метод математической индукции, его применение для вывода формул, доказательства равенств и неравенств, решения задач на делимость.
- Решение текстовых задач
- Задачи на все арифметические действия
- Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.
- Решение задач на движение, работу, покупки
- Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.
- Решение задач на нахождение части числа и числа по его части
- Решение задач на проценты, доли, применение пропорций при решении задач.
- Логические задачи
- Решение логических задач. Решение логических задач с помощью графов, таблиц.
- Основные методы решения задач
- Арифметический, алгебраический, перебор вариантов. Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).
- Статистика и теория вероятностей

- Статистика
- Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, извлечение нужной информации. Диаграммы рассеивания. Описательные статистические показатели: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения числового набора. Отклонение. Случайные выбросы. Меры рассеивания: размах, дисперсия и стандартное отклонение. Свойства среднего арифметического и дисперсии. Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах.
- Случайные опыты и случайные события
- Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Независимые события. Последовательные независимые испытания. Представление эксперимента в виде дерева, умножение вероятностей. Испытания до первого успеха. Условная вероятность. Формула полной вероятности.
- Элементы комбинаторики и испытания Бернулли
- Правило умножения, перестановки, факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля и бином Ньютона. Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением элементов комбинаторики. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.
- Геометрическая вероятность
- Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, отрезка и дуги окружности. Случайный выбор числа из числового отрезка.
- Случайные величины
- Дискретная случайная величина и распределение вероятностей. Равномерное дискретное распределение. Геометрическое распределение вероятностей. Распределение Бернулли. Биномиальное распределение.

Независимые случайные величины. Сложение, умножение случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины; свойства дисперсии. Дисперсия числа успехов в серии испытаний Бернулли. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей и точность измерения. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.

- **Геометрия**
- Геометрические фигуры
- Фигуры в геометрии и в окружающем мире
- Геометрическая фигура. Внутренняя, внешняя области фигуры, граница. Линии и области на плоскости. Выпуклая и невыпуклая фигуры. Плоская и неплоская фигуры.
- Выделение свойств объектов. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура». Точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, окружность и круг.
- Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.
- Многоугольники
- Многоугольник, его элементы и его свойства. Правильные многоугольники. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника.
- Треугольник. Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник, свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Медианы, биссектрисы, высоты треугольников. Замечательные точки в треугольнике. Неравенство треугольника.
- Четырёхугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата. Теорема Вариньона.
- Окружность, круг
- Их элементы и свойства. Хорды и секущие, их свойства. Касательные и их свойства. Центральные и вписанные углы. Вписанные и описанные окружности для треугольников. Вписанные и описанные окружности для четырёхугольников. Вневписанные окружности. Радикальная ось.

- Фигуры в пространстве (объемные тела)
- Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней. Первичные представления о пирамидах, параллелепипедах, призмах, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах.
- Отношения
- Равенство фигур
- Свойства и признаки равенства треугольников. Дополнительные признаки равенства треугольников. Признаки равенства параллелограммов.
- Параллельность прямых
- Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Первичные представления о неевклидовых геометриях. Теорема Фалеса.
- Перпендикулярные прямые
- Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности прямых. Наклонные, проекции, их свойства.
- Подобие
- Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных фигур.
- Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.
- Измерения и вычисления
- Величины
- Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины.
- Величина угла. Градусная мера угла. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника.
- Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.
- Представление об объёме пространственной фигуры и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.
- Измерения и вычисления
- Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей, вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Площади. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, трапеции, формула Герона, формула площади выпуклого

четырёхугольника, формулы длины окружности и площади круга.

Площадь кругового сектора, кругового сегмента. Площадь правильного многоугольника.

- Теорема Пифагора. Пифагоровы тройки. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Тригонометрические функции тупого угла.
- Теорема косинусов. Теорема синусов.
- Решение треугольников. Вычисление углов. Вычисление высоты, медианы и биссектрисы треугольника. Ортотреугольник. Теорема Птолемея. Теорема Менелая. Теорема Чевы.
- Расстояния
- Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между фигурами.
- Равновеликие и равносоставленные фигуры.
- Свойства (аксиомы) длины отрезка, величины угла, площади и объёма фигуры.
- Геометрические построения
- Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.
- Инструменты для построений. Циркуль, линейка.
- Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному.
- Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам, по другим элементам.
- Деление отрезка в данном отношении.
- Основные методы решения задач на построение (метод геометрических мест точек, метод параллельного переноса, метод симметрии, метод подобия).
- Этапы решения задач на построение.
- Геометрические преобразования
- Преобразования
- Представление о межпредметном понятии «преобразование». Преобразования в математике (в арифметике, алгебре, геометрические преобразования).
- Движения

- Осевая и центральная симметрии, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.
- Подобие как преобразование
- Гомотетия. Геометрические преобразования как средство доказательства утверждений и решения задач.
- Векторы и координаты на плоскости
- Векторы
- Понятие вектора, действия над векторами, коллинеарные векторы, векторный базис, разложение вектора по базисным векторам. Единственность разложения векторов по базису, скалярное произведение и его свойства, использование векторов в физике.
- Координаты
- Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур.
- Применение векторов и координат для решения геометрических задач.
- Аффинная система координат. Радиус-векторы точек. Центроид системы точек.
- История математики
- Возникновение математики как науки, этапы её развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.
- Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора
- Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П.Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырёх. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э.Галуа.
- Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных координат.
- Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.
- Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б.Паскаль, Я. Бернулли, А.Н.Колмогоров.

- От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа π . Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л Эйлер, Н.И.Лобачевский. История пятого постулата.
- Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.
- Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.
- Роль российских учёных в развитии математики: Л.Эйлер. Н.И.Лобачевский, П.Л.Чебышев, С. Ковалевская, А.Н.Колмогоров.
- Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н.Крылов. Космическая программа и М.В.Келдыш.